***Množina bodov danej vlastnosti- MBDV***

**Definícia:**

Množina všetkých bodov s danou vlastnosťou V v rovine je množina mibodov v rovine, ktoré spĺňajú tieto dve požiadavky:

1. každý bod množiny mimá požadovanú vlastnosť V,
2. každý bod roviny, ktorý má danú vlastnosť V, patrí do množiny mi.

**Poznámka:**

Množinami všetkých bodov s danou vlastnosťou môžu byť priamky, kružnice, rôzne iné útvary, ich časti alebo zoskupenia, môžu to byť aj súbory izolovaných bodov a v niektorých prípadoch sa môže stať, že v hľadanej množine bodov nie je ani jeden bod.

**Najznámejšie a najčastejšie využívané množiny bodov s danou vlastnosťou**

Kružnica *k*(*S*, *r*)- - množina všetkých bodov v rovine, ktoré majú od daného bodu (stredu kružnice) rovnakú vzdialenosť nazývanú polomer kružnice. Kružnicu so stredom S a polomerom r označujeme k (S, r).

k (S, r) = { X є E2 , │SX│= r}

Kruh (so stredom S a polomerom r) - množina všetkých bodov X , pre ktoré platí │SX│≤ r. Označujeme K (S, r).

Os úsečky - množina bodov X, pre ktoré platí, že majú rovnakú vzdialenosť od krajných bodov úsečky AB, t.j. pre ktoré platí │AX│=│BX│.

os - { X є E2 , │AX│=│BX│}

(iná definícia - Os úsečky AB je množina stredov S všetkých kružníc, ktoré prechádzajú bodmi A , B)

Os uhla - množina všetkých bodov X, pre ktoré platí, že majú rovnakú vzdialenosť od ramien uhla AVB. Platí │X, → VA│=│X, → VB│.

os - { X є E2 , │X, → VA│=│X, → VB│)

(iná definícia - množina stredov S všetkých kružníc , ktoré sa dotýkajú ramien uhla AVB, okrem bodu V)

Os p pásu- Množina bodov rovnako vzdialených od dvoch rovnobežných priamok, je to priamka s nimi rovnobežná v rovnakej vzdialenosti od oboch priamok.

#### Ekvidištanty priamky p- Množina bodov roviny, ktoré majú od priamky p vzdialenosť d, je dvojica s ňou rovnobežných priamok vo vzdialenosti d.

Ekvidištanta kružnice k- Množina bodov roviny , ktoré majú od kružnice k (S, r) vzdialenosť d, je dvojica s ňou sústredných kružníc s polomermi r + d a r - d.

Talesova kružnica- Množina všetkých vrcholov X pravých uhlov nad úsečkou AB, čiže množina všetkých bodov v rovine, z ktorých vidíme úsečku pod pravým uhlom. Je to kružnica s priemerom AB, so stredom v strede úsečky AB a s polomerom │AS│, bez krajných bodov úsečky A, B.

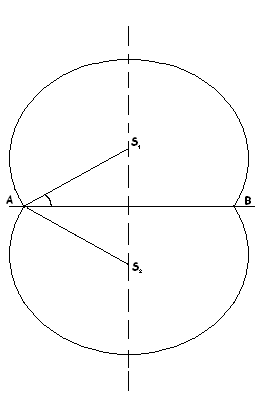
τAB = { X є E2 , │<AXB│= 90°}

Množina bodov z ktorých vidíme úsečku pod daným uhlom (množina G)

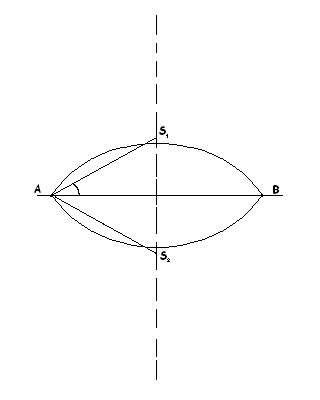
Množina všetkých vrcholov uhlov s veľkosťou α v rovine, ktorých ramená prechádzajú bodmi A, B (A ≠ B), čiže množina všetkých bodov v rovine z ktorých vidíme úsečku AB pod uhlom α, sú dva kružnicové oblúky k1, k2 s krajnými bodmi A, B, ktoré do množiny G nepatria.

G = { X є E2 , │<AXB│= α }

α < 90 °

****

90 ° < α < 180 °



│<BAS1│= 90 ° - α

│<BAS1│= α - 90 ° -

Existujú dva druhy úloh, v ktorých využívame množiny bodov s danou vlastnosťou:

1. nájdite množinu všetkých bodov s danou vlastnosťou (vyžadujú dôkaz),
2. zostrojte geometrické miesto bodov danej vlastnosti (ide vlastne o využitie známych množín všetkých bodov s danou vlastnosťou v konštrukčných úlohách).

**Príklady na MBDV a konštrukciu trojuholníkov a štvoruholníkov**

1. Dana je úsečka AB. Zostrojte množinu M všetkých bodov X v rovine: |XA |=|XB|
2. Daná je úsečka AB. Zostrojte množinu M, všetkých takých bodov, pre ktoré platí, že uhol AXB je zhodný s pravým!
3. Určte množinu všetkých bodov roviny, z ktorých každý ma od priamky p vzdialenosť d = 3cm.
4. Daná je úsečka AB, ktorej dĺžka je 5 cm. Zostrojte trojuholník ABC, ak jeho ťažnica na stranu c tc = 2,5 cm. Koľko takých trojuholníkov môžete zostrojiť? Čo môžete povedať o týchto trojuholníkoch?
5. Daná je priamka a. Zostrojte množinu stredov všetkých kružníc, ktoré sa dotýkajú priamky a, a majú polomer v.
6. Daná je kružnica k(S, r). Zostrojte množinu všetkých stredov kružníc, ktoré majú daný polomer w a dotýkajú sa kružnice k.
7. a) w < r b) w > r
8. Dané sú body A,B. Nech Bod C je vrcholom ľubovoľného pravouhlého trojuholníka s preponou AB. Určte množinu ťažísk týchto trojuholníkov.
9. Daná je kružnica k(C, 3 cm) a taká priamka p , že /Cp/ = 1 cm. Zostrojte všetky kružnice s polomerom r = 1 cm, ktoré sa dotýkajú priamky p a kružnice k.
10. Daná je úsečka AB. Zostrojte množinu bodov, z ktorých vidieť úsečku AB pod uhlom:
11. a) 40° b) 90° c) 130°
12. Dané sú dve priamky p, q. Nakreslite {X ∈ρ, ⏐Xp⏐= ⏐Xq⏐}.
13. Uvažujte : a) p∥q b) p,q sú rôznobežky
14. Úsečka AB má dĺžku 6 cm. Narysujte množiny bodov daných vlastností v rovine ρ :

a) M1 = {X ∈ρ, ⏐∠ABX⏐= 90o}

b) M2 = {X ∈ρ, ⏐∠AXB⏐= 90o}

c) M3 = {X ∈ρ, ⏐∠ABX⏐= 60o}

d) M4 = {X ∈ρ, ⏐∠AXB⏐= 60o}

e) M5 = {X ∈ρ, ⏐∠AXB⏐= 150o}

f) M6 = {X ∈ρ, ⏐∠AXB⏐≥ 45o}

g) M7 = {X ∈ρ, ⏐∠AXB⏐< 120o}

h) M8 = {X ∈ρ, 135o ≥⏐∠AXB⏐≥ 45o}

1. Úsečka AB má dĺžku 6 cm. Narysujte množiny bodov daných vlastností v rovine ρ :
   1. M1 = {X ∈ρ, ⏐AX⏐= 2 cm}
   2. M2 = {X ∈ρ, ⏐AX⏐≤ 4 cm ∧⏐BX⏐≥ 4 cm }
   3. M3 = {X ∈ρ, ⏐AX⏐= ⏐BX⏐}
   4. M3 = {X ∈ρ, ⏐AX⏐≤⏐BX⏐}
2. Daná je úsečka AB. Určte množinu bodov, ktorých vzdialenosť od priamky AB je rovná dĺžke úsečky AB a z ktorých je vidieť úsečku AB pod uhlom 45o.
3. Zostrojte trojuholník ABC, ak je dané:

a = 4 cm, ta = 3 cm,  = 60°

ta = 6 cm, tb = 7,5 cm, α = 70°

ta = 6 cm, tc = 7,5 cm, α = 70°

1. Daná je úsečka AB, /AB/ = 4 cm. Zostrojte všetky trojuholníky ABC, v ktorých :

a) /BC/ = 5 cm, tc = 6 cm c) γ = 45o , /BC/ = 5 cm

b) vc = 4 cm, tc = 6 cm d) γ = 120o , tc = 3 cm.

1. Daná je úsečka AS, /AS/ = 5 cm. Zostrojte všetky trojuholníky ABC, ktoré majú ťažnicu AS a a) /AC/ = 6 cm, γ = 90o. b) β = 60o , tb = 8 cm , c) /BC/ = 8 cm, γ = 45o
2. Dané sú dve sústredné kružnice k1(S, 3 cm) a k2(S, 1 cm). Množinou stredov všetkých kružníc, ktoré sa dotýkajú oboch kružníc k1 a k2 je............
3. Zostrojte všetky rovnobežníky ABCD, ak :

a) a = 8 cm, va = 3 cm, ⏐∠ASB⏐=120o

b) b = 6 cm, ⏐BD⏐ = 5 cm, ⏐∠ASB⏐= 45o

1. Daná je úsečka AB dlhá 6 cm. Množinou stredov všetkých kosoštvorcov so stranou AB je...............
2. Zostrojte všetky lichobežníky ABCD, ak :

a) a = 8 cm, c = 3 cm, ⏐AC⏐ = 6 cm, ⏐BD⏐ = 7 cm

b) a = 6 cm, c = 4 cm, ⏐AC⏐ = 5, ⏐∠ASB⏐=120o